

Técnicas geoestadísticas no-lineales para la estimación de reservas recuperables: Estudio de un caso práctico

Jacques Deraisme (*)
José Terrones (**)

(*) GEOVARIANCES, Director de Consultoría y Formación. 38, avenue Franklin Roosevelt – BP 91 – 77212 AVON Cedex – France.

(**) Geoestadista Consultor. 12, rue des Sablons – 77300 FONTAINEBLEAU – France.

Resumen

El método de minado es un componente esencial de la estimación de reservas, y el beneficio del proyecto está condicionado a la habilidad de minar selectivamente.

Los métodos de estimación lineal como el Krigeage Ordinario y Simple, comúnmente fallan en proveer estimaciones imparciales de mineral recuperable y exponen el proyecto a un riesgo indebido.

Este riesgo es significativo cuando los bloques de minado son pequeños respecto del espaciamiento de los datos (taladros y galerías). Los métodos no lineales tal como el Krigeage Disyuntivo, entregan una estimación imparcial para cualquier rango de cut-off y tamaño de bloques.

La desventaja de este método es que requiere asumir estacionariedad estricta (media y varianza constante en todo el depósito). Cuando esta hipótesis no es razonable otros métodos no lineales pueden ser usados como el Condicionamiento Uniforme y las Variables de Servicio. Estas estimaciones también pueden ser deducidas de un conjunto de simulaciones condicionales, que requieren menos hipótesis pero consumen más tiempo. Todas las estimaciones son comparadas con las simulaciones consideradas como "realidad". El Krigeage Disyuntivo sobre-estima el contenido metálico respecto

al calculado por Condicionamiento Uniforme que resulta el método mas apropiado para este depósito. Los datos han sido facilitados cordialmente por el servicio tecnico de la compañía RTZ.

Introducción

El objetivo de este estudio es demostrar como varían las reservas recuperables de acuerdo a la selección de un método de estimación. La aplicabilidad de tres métodos de estimación no-lineal en un depósito tipo pórfido de cobre, se comparan con asunciones teóricas y las características geológicas del depósito. La performance relativa de cada método es evaluada por comparación de las curvas de tonelaje-ley y contenido metálico sobre un cut-off límite. Adicionalmente son generadas simulaciones condicionales que determinan cual método tiene la mejor performance absoluta, y que recomendaciones pueden hacerse para la correcta aplicación de estas técnicas.

Los cálculos estadísticos y geoestadísticos así como los gráficos de este estudio, fueron generados usando el programa geoestadístico Isatis.

Presentación de los datos

La mineralización de cobre esta localizada en una zona de stockwork la cual es controlada estructuralmente por un sistema de fallas mayor. La intensidad de la mineralización esta generalmente relacionada al grado de fracturamiento; al centro del depósito donde la roca encajonante es intensamente fracturada, las leyes de cobre son altas. Una disminución de la intensidad del fallamiento y fracturamiento fuera de esta zona central, es acompañada también de una disminución de la ley de cobre.

El depósito ha sido extensamente explorado desde superficie con taladros, galerías de exploración subterránea, cortadas y chimeneas. La base de datos consiste de una combinación de muestras de taladros y canales. El análisis estadístico confirma que el soporte de estos dos tipos de muestras es compatible.

Para propòsitos de este estudio, solo compòsitos de 5m sobre un nivel de exploraciòn son considerados los cuales dan un total de 1256 valores compositados. El plano de la Figura 1 muestra que la localizaciòn de los compòsitos esta dada por el espaciamiento y orientaciòn de los desarrollos subterràneos.

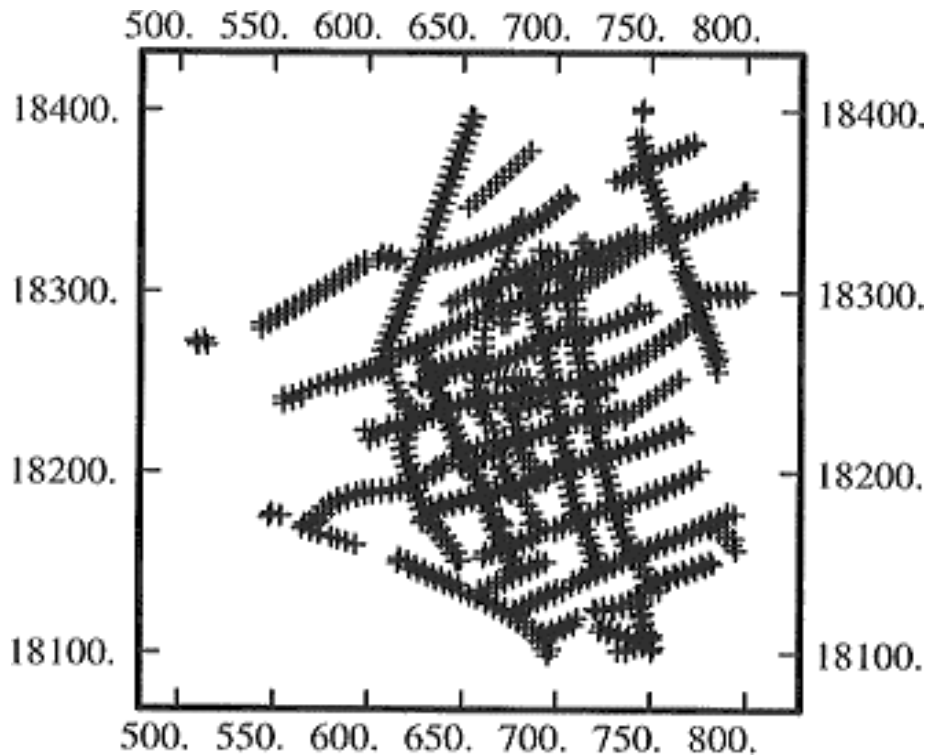


Figura 1

La densidad de los datos es tal que el krigeage lineal puede ser el mas apropiado, dentro de bloques pequeños los cuales se aproximan a la unidad de minado selectivo (SMU). De esta manera se puede negar la necesidad de usar métodos màs sofisticados, porque no se requieren correcciones adicionales de soporte de muestra. Sin embargo, la distribuciòn de leyes de cobre es altamente descentrada (Figura 2) con un coeficiente de variaciòn mayor que 2. Esta característica sugiere que el uso de los métodos de krigeage lineal para la estimaciòn de reservas recuperables es imprevisible, porque es poco probable que la estimaciòn sea condicionalmente insesgada. El uso de métodos no lineales es por lo tanto una opciòn màs adecuada.

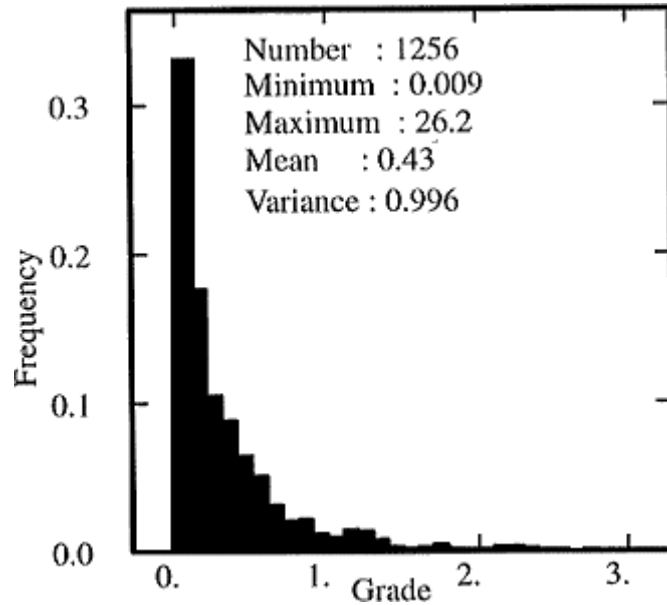


Figura 2

El desmembramiento (**Declustering**) de los datos compositados tuvo un pequeño efecto sobre la media y varianza de la distribución de leyes.

La existencia de tendencia de leyes fue investigada para determinar que direcciones son importantes, cuando calculamos los variogramas experimentales direccionales. También los resultados de este análisis fueron usados para asegurar si las condiciones de estacionariedad existen sobre el depósito. La performance del análisis se hizo calculando la media móvil dentro de celdas de 20 x 20 metros. Los resultados son mostrados en la Figura 3.

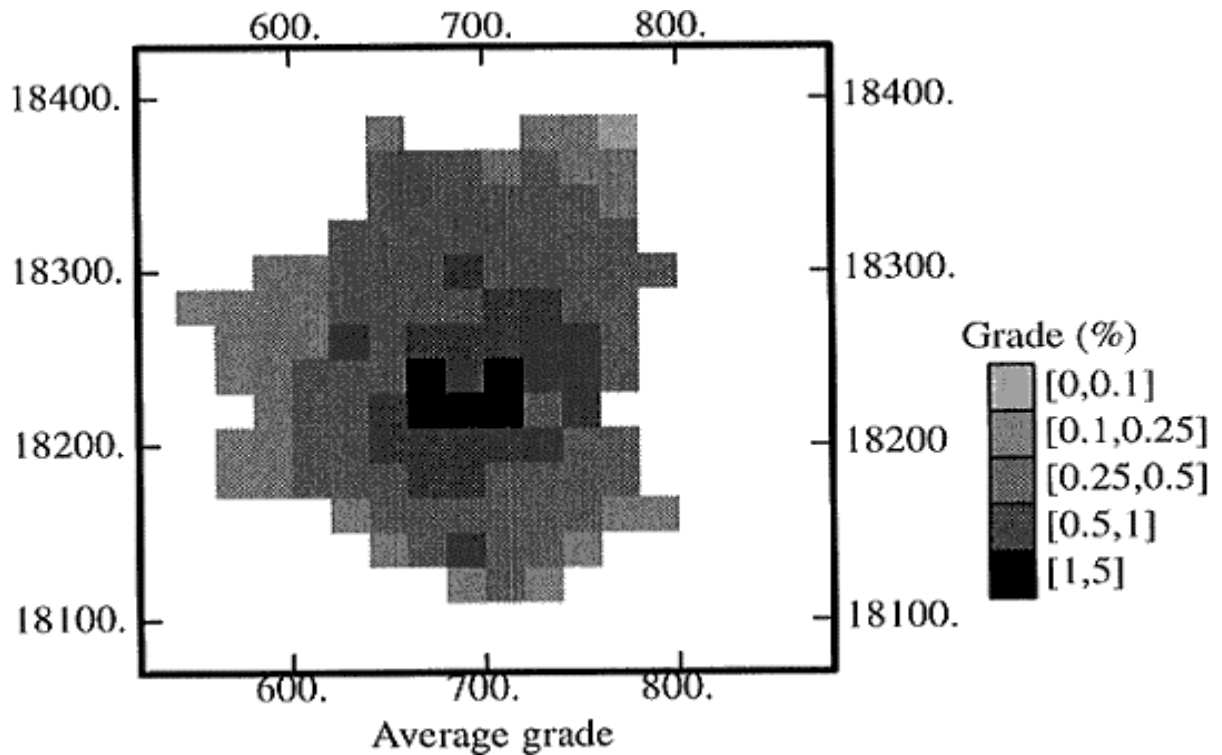


Figura 3

Estos resultados confirman claramente la observación geológica que las leyes de cobre, disminuyen de manera brusca a partir de la zona central de altas leyes del depósito. Esta es una débil sugerencia de la mayor continuidad de leyes a lo largo del eje NE – SW. El cambio de la media (y de la varianza implicada del efecto proporcional) a través del depósito, indica que las condiciones de estacionariedad no existen.

Análisis geoestadístico de datos

El análisis geoestadístico presentado en esta sección describe en primer lugar, como la correlación espacial de las leyes de cobre es caracterizada a través del ajuste a un modelo de variograma. En segundo lugar el uso de un modelo discreto gaussiano, el cual provee medios para derivar la distribución de leyes sobre cualquier soporte de muestras. Este modelo es necesario para la aplicación de los tres métodos de estimación no lineal de reservas recuperables; Krigeage Disyuntivo, Condicionamiento Uniforme y Variables de Servicio.

Càlculo y Modelamiento del Variograma Experimental

Los variogramas experimentales fueron calculados a lo largo de las tres orientaciones primarias, de los trabajos de exploración subterránea donde fueron encontrados los máximos números de pares de muestras; 345°, 70° y 115° de azimut. La dirección 70° yace aproximadamente a lo largo de la dirección de mayor continuidad de leyes, como el indicado en el análisis de tendencia de leyes.

Dada la distribución de leyes altamente descentrada, la estructura espacial presenta dificultades de interpretación. El gráfico de los variogramas experimentales muestra, sin embargo, que la estructura puede ser fácilmente modelizada. También se puede observar la naturaleza anisotrópica de la mineralización de cobre, con un eje de mayor continuidad en la dirección 70°. La meseta a lo largo del azimut 345° es interpretada como la mayor y el modelo ajustado incluye las estructuras de anisotropías zonal y geométrica.

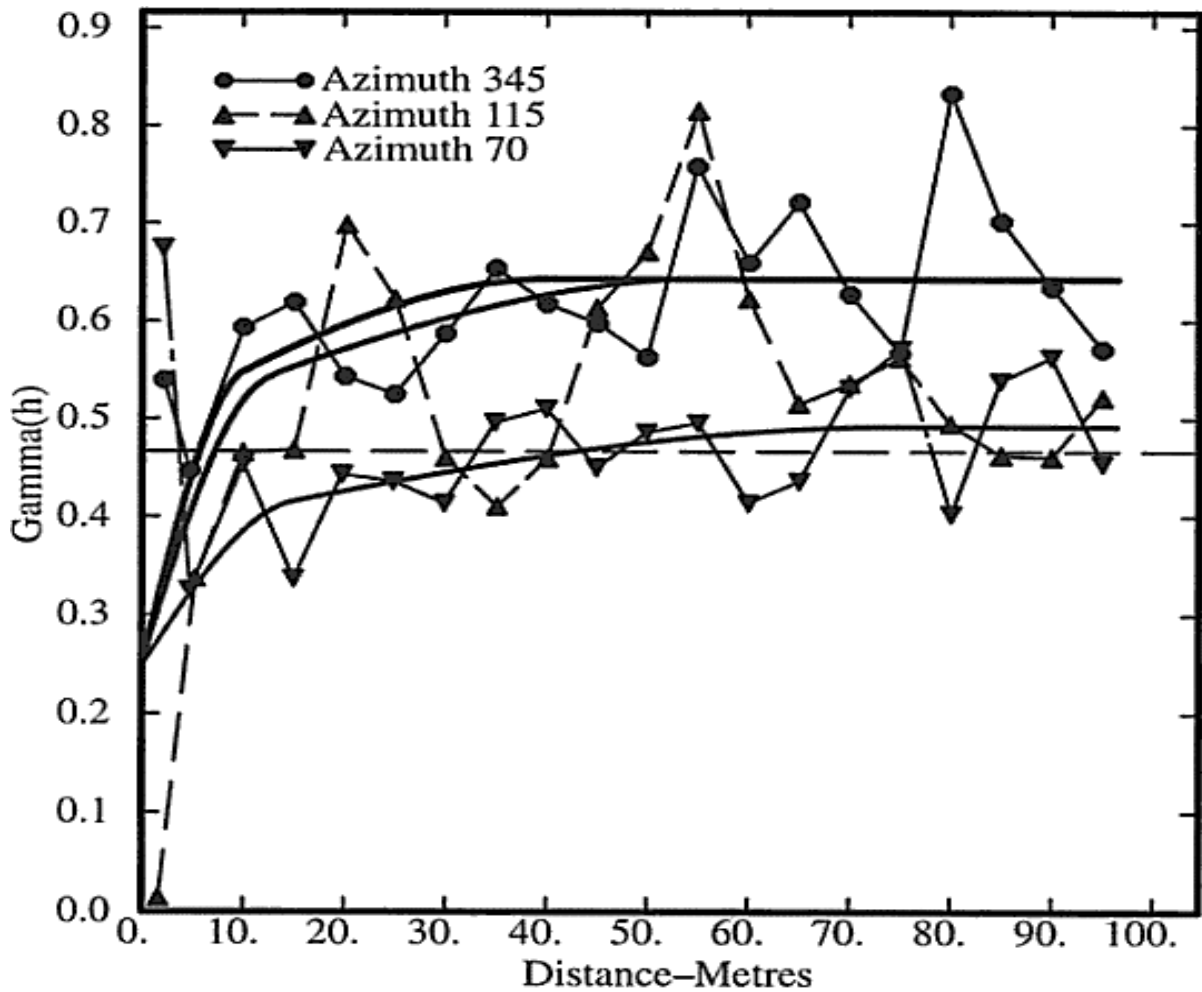


Figura 4

La expresi3n del modelo ajustado es el siguiente:

$$\gamma(h) = 0.25 + 0.13 \times \text{Sph}(15,10) + 0.11 \times \text{Sph}(75,10) + 0.15 \times \text{Sph}(,40)$$

Los rangos de los modelos esf3ricos est3n expresados para las dos direcciones 70° y 345°. Donde el rango no se define (3ltima estructura esf3rica), esta corresponde a una estructura zonal.

Modelo de Cambio de Soporte

El objetivo del uso de un modelo de cambio de soporte es predecir la distribuci3n de leyes a un volumen equivalente al Tama1o de la Unidad de Minado (SMU), dada la distribuci3n de leyes de los comp3sitos (de datos puntuales).

Para esta aplicación, el modelo discreto gaussiano usado requiere una transformación normal puntual de los datos compositados. Dada la hipótesis que la transformación de datos conforme a una distribución normal bivariable, la distribución de leyes en los volúmenes de los SMU, pueden ser derivados por el cálculo del coeficiente de cambio de soporte "r" el cual está relacionado a la diferencia en la varianza de dispersión entre los valores puntuales y aquellos del volumen de los SMU. La misma varianza de dispersión puede ser calculada desde el modelo de variograma puntual regularizado sobre el soporte de la SMU.

La transformación normal puntual de los datos compositados fue terminada por ajuste a una función polinomial de Hermita de la función de anamorfosis relacionando los valores primarios(Z) y gaussianos(Y):

$$Z = \Phi(Y) = \sum_{n=0}^N \Phi_n H_n(Y)$$

Algunas veces podemos experimentar dificultades en los detalles de la distribución, donde los valores extremos pueden transformar la función inestable. La calidad del ajuste terminado para esta aplicación fue chequeada por comparación de curvas tonelaje – ley de los datos compositados originales (experimentales), contra los estimados del modelo discreto gaussiano a un soporte puntual (modelo puntual). Esta comparación junto con las curvas proveídas sobre el soporte del SMU, asumiendo un tamaño de selección de 2 x 2 metros, son dadas en la Figura 5.

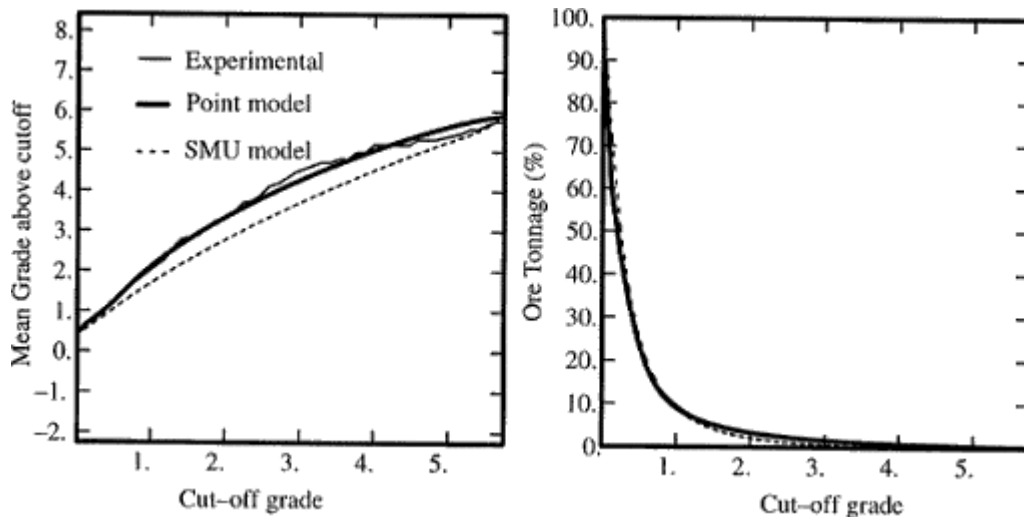


Figura 5

Este método es conocido como un cambio global de soporte, mientras que los métodos no lineales proveen un cambio local de soporte. Los resultados muestran que el modelo teórico reproduce satisfactoriamente las curvas experimentales.

Krigeage Lineal

Las leyes de cobre estimadas por krigeage fueron generadas usando un Krigeage Ordinario (OK) para dos tamaños de paneles; 20 x 20 metros y 2 x 2 metros.

Las leyes estimadas fueron generadas para paneles grandes porque estos resultados son requeridos por el método de Condicionamiento Uniforme.

El objetivo de estimar paneles pequeños, el cual es equivalente a los SMU y para ilustrar como un resultado del efecto de información, el krigeage directo en los paneles pequeños produce una distribución de leyes que es demasiado suavizada. Esto sera demostrado por comparación de las curvas de tonelaje – ley estimados por OK con aquellos generados usando métodos no lineales.

Las estimaciones por Krigeage Ordinario para ambos tamaños, fueron generadas usando los parámetros de los modelos de variograma descritos previamente. La extrapolación fuera de los límites de los datos fue controlado

usando el método de la “vecindad mòvil”, con una búsqueda de 15 sectores angulares y un màximo de tres sectores vacios. Los resultados de los valores estimados por krigeage se ilustran en la Figura 6.

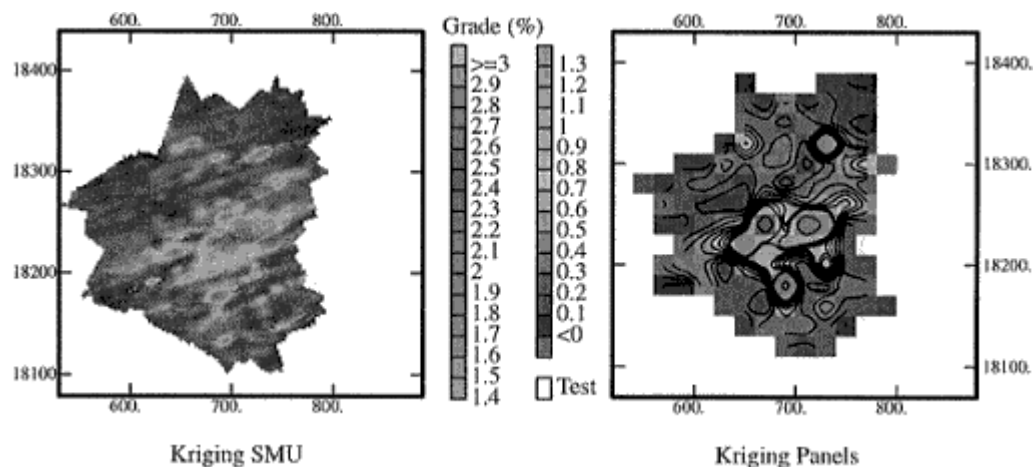


Figura 6

Estimaciòn de reservas recuperables locales

Esta secciòn describe como la estimaciòn de reservas recuperables fueron desarrolladas usando tres diferentes tècnicas geoestadísticas. Una comparaciòn relativa de los resultados de los diferentes métodos son también considerados.

Krigeage Disyuntivo

Este método (DK) efectúa independientemente el krigeage de cada término en la funciòn polinomial de Hermita, usando el variograma de los valores gaussianos transformados sobre el soporte del SMU.

El modelo discreto gaussiano es usado para proveer una simple relaciòn entre las covarianzas de los valores primarios y gaussianos, respectivamente $C(h)$ y (h) .

$$C(h) = \sum_{n=1}^N \Phi_n^2 \rho^n(h)$$

La Figura 7 muestra el modelo de variograma ajustado al variograma experimental de los valores gaussianos sobre el soporte de la SMU. Este gràfico

ilustra como la anisotropia ha sido preservada, pero el efecto de pepita desapareciò debido al incremento del soporte puntual al SMU.

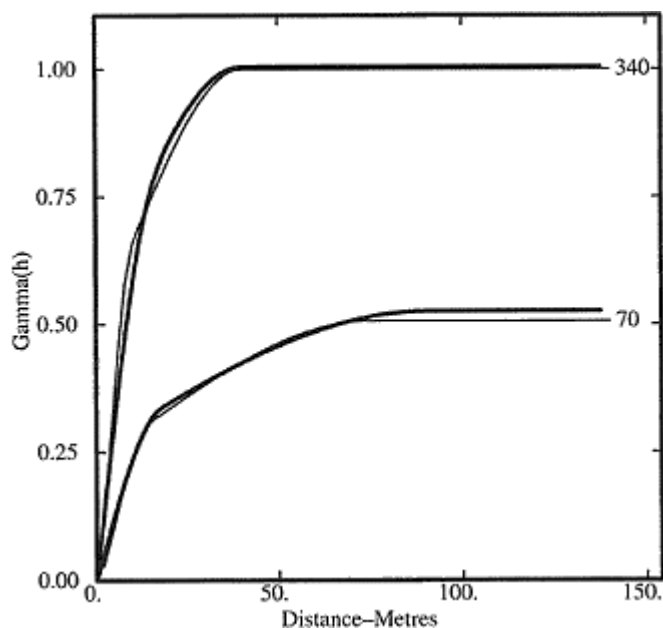


Figura 7

Las curvas de tonelaje – ley fueron calculadas a partir del krigeage disyuntivo, estimados para un rango de cut-off entre 0 y 1 % de cobre. La Figura 8 ilustra la comparaciòn de estos resultados con las proyecciones de la distribuciòn global de leyes de bloques, derivados del cambio global de soporte como el descrito previamente (ver Figura 5).

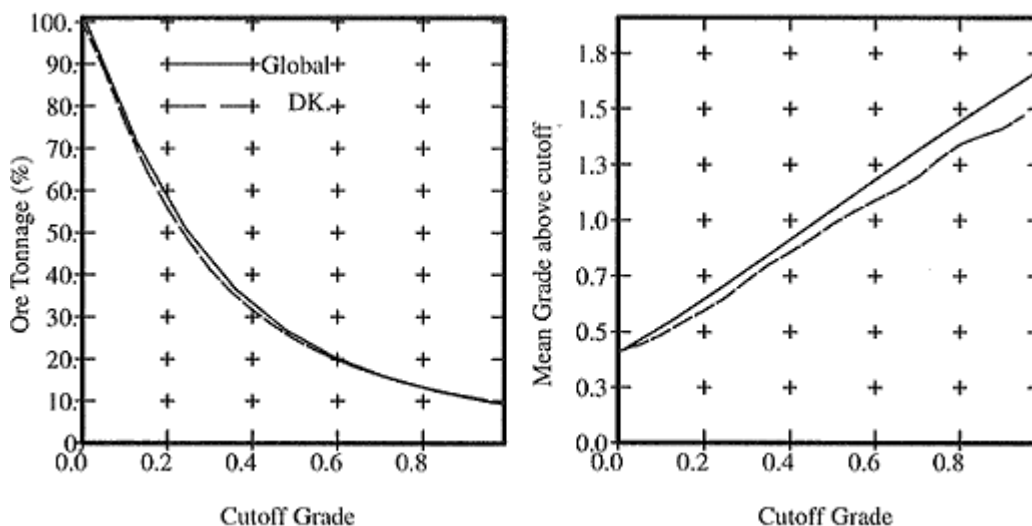


Figura 8

Estos resultados muestran que las curvas de tonelaje – ley para el kriging disyuntivo local y la anamorfosis global se aproximan bien. Las curvas de leyes, sin embargo, muestran una diferencia significativa con los valores estimados por kriging disyuntivo menores que la ley media global. Esta diferencia se debe fundamentalmente al muestreo preferencial de zonas de alta ley, la cual resultará en el método global a una sobre-estimación de leyes sobre el cut-off, porque el mineral de alta ley está sobre-representado en la distribución global de leyes.

Condicionamiento Uniforme

El Segundo método de estimación de reservas recuperables en este caso es el Condicionamiento Uniforme (UC). Este método tiene varias ventajas prácticas sobre el método de DK descrito previamente; en primer lugar es más robusto que el DK porque no requiere asumir estacionariedad estricta, y en segundo lugar la implementación del método es más simple que el DK y en tercer lugar, conceptualmente es una técnica fácil de comprender.

El primer paso en la aplicación de este método es generar paneles estimados de cobre por OK. Esto fue descrito previamente cuando generamos paneles de 20 x 20 metros sobre un nivel dado. Se encontró la ley y tonelaje de mineral en cada panel al soporte de SMU, por aplicación de la función de anamorfosis de bloques para encontrar la distribución local de leyes.

Comparación de las estimaciones por OK, DK y UC

La Figura 9 representa una comparación de curvas de tonelaje – ley de estimación de reservas recuperables por OK, DK y UC, calculadas para un intervalo de 0 a 1% de cobre.

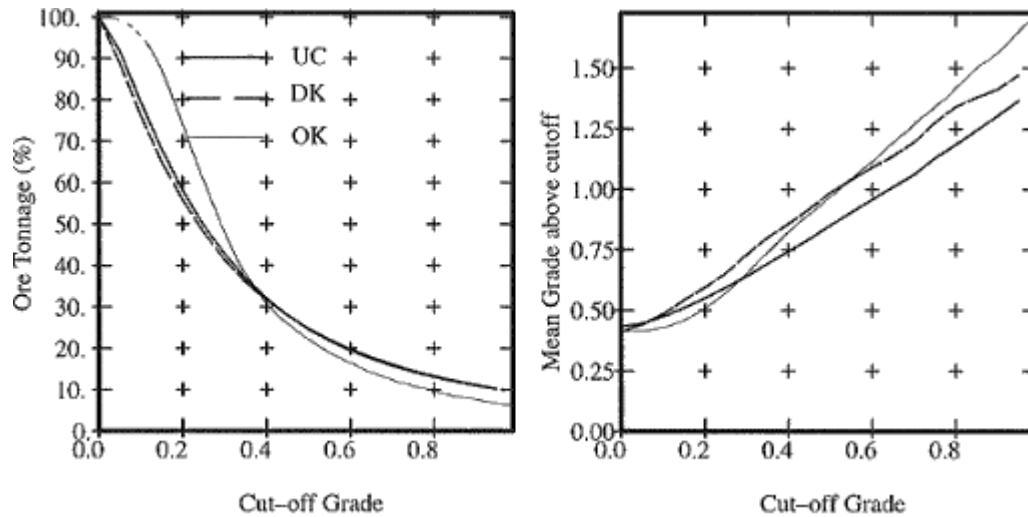


Figura 9

Estos resultados muestran que, como esperado, el tonelaje de mineral estimado por OK es parcial: sub-estimado cuando el cut-off esta debajo de la ley media, sobre-estimado en caso contrario. La diferencia en la forma de las curvas ilustra como las estimaciones por OK son relativamente suavizadas, respecto a las otras estimaciones las cuales representan mejor la distribución de leyes de los SMU en los paneles.

El tonelaje de mineral estimado por DK y UC se aproximan bastante, mientras que el método de DK predice consistentemente las leyes altas. Una posible razón de esta diferencia es que desde el inicio se asume estacionariedad estricta, afectando los resultados de las estimaciones por DK. Esta posibilidad fue chequeada investigando que peso fue asignado al valor medio cuando efectuamos el krigeage a los términos de la función polinomial de Hermita; el mayor peso afecta el valor estimado sobre la hipótesis de estacionariedad. Se encontró que el peso asignado al primer término fue solo entre 5 y 20%, lo cual significa que la fuente de discrepancia es debida a las condiciones impuestas al inicio.

La fuente de discrepancia se extiende con las estimaciones por DK, desde que la comparación de los resultados estimados por UC son mas cercanos a los de las otras técnicas, como se demostrò anteriormente. Lo mas probable es que estas inestabilidades en las estimaciones de tonelaje de metal por DK ocurre

debido al rango restringido de valores gaussianos dentro del rango de búsqueda de la “vecindad”. Esta afirmación es sostenida por las discrepancias observadas entre los tonelajes de metal estimados por DK y UC.

Variables de Servicio

Las Variables de Servicio (SV) es el tercer método considerado en este estudio. La aplicación de este método involucra cambiar el soporte de datos compositados de los SMU, a la localización puntual de los datos a través del uso de un modelo de cambio de soporte. La proporción del tonelaje de metal sobre un límite de cut-off calculado a cada dato, es luego usada para hacer el kriging de estos valores dentro de los paneles de 20 x 20 metros.

De manera diferente a los métodos por DK y UC, las Variables de Servicio no proveen una curva de tonelaje – ley para todo límite de rangos de cut-off, pero aplica un simple cut-off el cual es seleccionado durante el primer paso del proceso de estimación.

Comparación de las estimaciones por DK y UV con SV

Para propósitos de este estudio, el límite de cut-off seleccionado para generar la estimación por SV fue de 0.45% Cu la cual es aproximadamente equivalente a la mediana de leyes de cobre. La Figura 10 presenta la comparación de paneles estimados para una ley media sobre 0.45% Cu, para SV versus DK y SV versus UC.

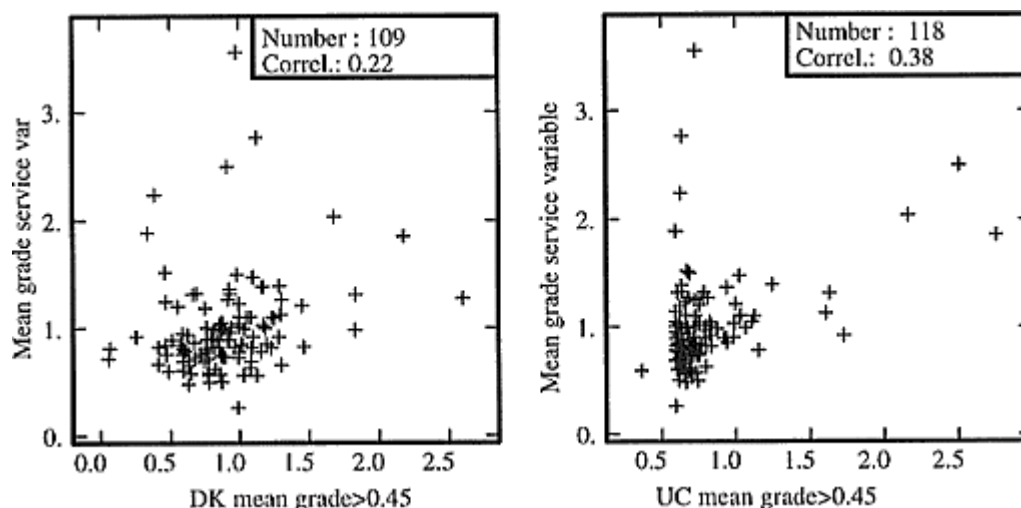


Figura 10

Estos gráficos muestran que los valores de UC y SV están mejor correlacionados que los valores de DK y SV. La nube de valores de DK y SV muestra que la relación entre las dos estimaciones es débil, mientras que, con los valores de UC y SV presentan una relación estrecha. Estos resultados apoyan la noción que algunas inestabilidades ocurrieron cuando generamos las estimaciones por DK.

En términos de aplicación práctica, la técnica de UC es de aplicación más simple que la del DK y ofrece mayor flexibilidad que el método de SV porque la curva total de tonelaje – ley puede ser estimada para suficientes valores sobre un límite simple.

Comparación de la estimación de reservas recuperables y valores simulados

El análisis presentado arriba describe la relativa performance de los métodos de estimación de reservas recuperables. La performance absoluta de estas técnicas pueden ser ensayadas contra los datos de producción mina. Al momento, esta información no es disponible porque la mina está aún en opción. Una solución alternativa es simular condicionalmente las leyes de cobre sobre una malla densa y luego promediar estas realizaciones dentro los paneles de SMU, desde los cuales las curvas de tonelaje – ley pueden ser

calculadas. La ventaja de este método sobre las técnicas de estimación descritas, es que este no necesita un modelo de cambio de soporte.

Un total de 50 simulaciones condicionales sobre una malla de 0.66 metros fue generada usando el método de bandas tornantes. Las leyes de los SMU fueron simuladas promediando 9 realizaciones desde cada panel de 2 x 2 metros. Una distribución de leyes simuladas se genera para cada panel SMU, desde el cual fue calculada la ley y el tonelaje esperado sobre un cut-off de 0.45% Cu. La Figura 11 ilustra como las estimaciones por DK, UC y la SV son comparadas a los valores simulados.

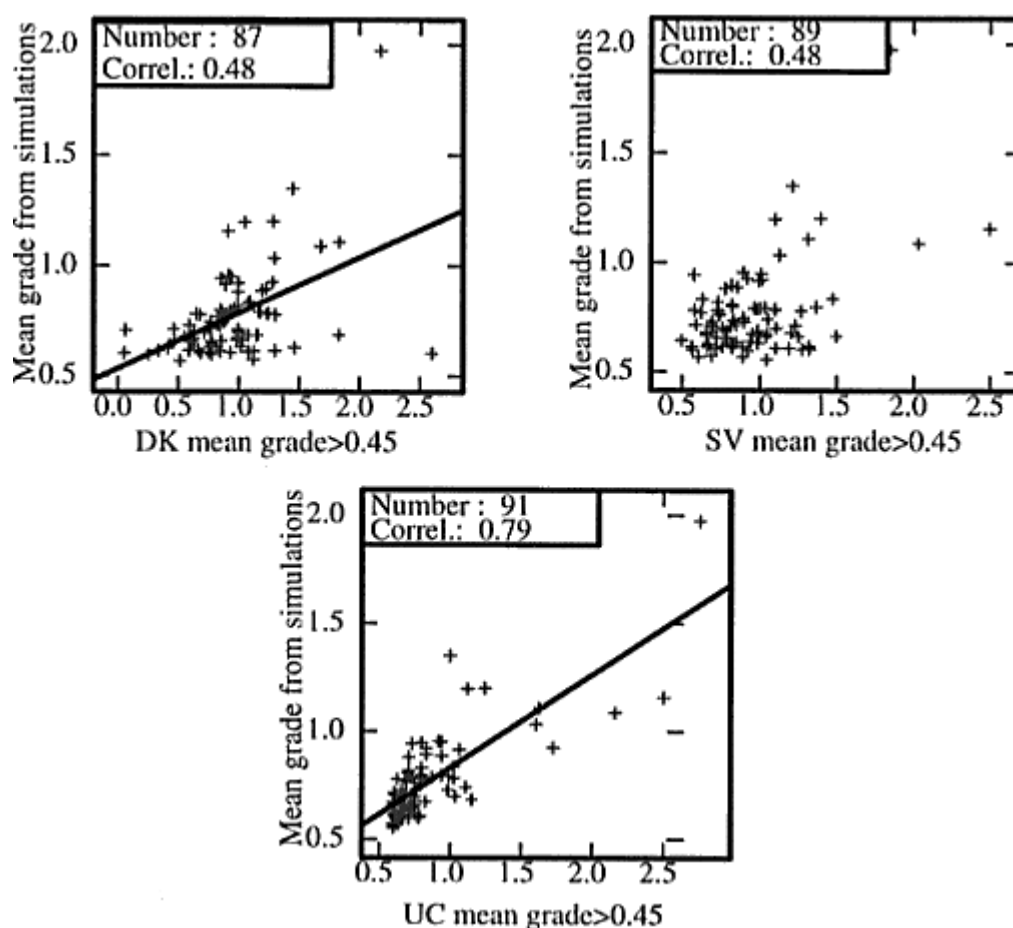


Figura 11

Estos resultados muestran que para este caso, el método de DK tiene menor performance contra los valores simulados. Aun si el coeficiente de correlación entre los valores simulados y las estimaciones por SV son las mismas que con el DK, la forma de la nube variográfica es mas satisfactoria. La correlación

entre la estimación por UC y los valores simulados es una fuerte sugerencia de que este método es adaptado para la presente aplicación.

Conclusiones

Este estudio ilustra como los diferentes métodos geoestadísticos no lineales se comportan desde una perspectiva práctica. Los resultados presentados muestran en este caso que los métodos de Krigeage Disyuntivo, Condicionamiento Uniforme y las Variables de Servicio entregan resultados casi similares para un tonelaje de mineral sobre un cut-off. Estos resultados también se ajustan a los tonelajes estimados derivados del cambio global de soporte.

Los resultados de la ley media o contenido de metal sobre un cut-off muestra que la concordancia entre los métodos no es buena. En particular el método de DK sobre-estima considerablemente la ley y el contenido metálico relativo al método de UC. Esta discrepancia pensamos se debe a la influencia del muestreo preferencial, destabilizando los cálculos por DK y posiblemente por asumir desde el principio la estricta estacionariedad.

La comparación entre las leyes del SMU simulados condicionalmente y las tres técnicas confirman que la performance del método del DK es mala y el método del UC es mejor. Estos resultados también confirman que la hipótesis de permanencia de la distribución de leyes entre compósitos y paneles SMU no esta comprometida.

En términos de aplicación práctica, la técnica de UC es mas simple de aplicar que la del método del DK, y ofrece mayor flexibilidad que el método de las SV.

Sobre esta base por lo tanto, podemos concluir que de los tres métodos aplicados, el uso del método de UC es más apropiado para este depósito.

Referencias

- G. Matheron: "Transfer functions and their estimations", Advanced Geostatistics in the Mining Industry, D. Reidel Publishing Company, 1976
- J. Rivoirard: Introduction to disjunctive kriging and non linear geostatistics, Oxford University Press, 1994
- D. Guibal and A. Remacre: Local estimation of the recoverable reserves: comparing various methods with the reality on a porphyry copper deposit, Geostatistics for Natural Resource Characterization, D. Reidel Publishing Company, 1984